

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра інформаційної безпеки

«До захисту допущено»
В.о. завідувача кафедри

_____ М.В.Грайворонський
(підпис)

“ _____ ” _____ 2019 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра

з напрямку підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

на тему: Розробка та тестування неперервної моделі багатопольярного рефлексивного вибору.

Виконав : студент 4 курсу, групи ФІ-51

Сахнюк Андрій Сергійович _____ (підпис)
(прізвище, ім'я, по батькові)

Керівник: доцент кафедри інформаційної безпеки, кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник Смирнов С.А. _____ (підпис)
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Консультант _____ (підпис)
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

Рецензент _____ (підпис)
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____ (підпис)

Київ - 2019 року

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра інформаційної безпеки

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Напрямок підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ М.В.Грайворонський
(підпис)

«___» _____ 2019 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студенту

_____ (прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи _____

науковий керівник роботи _____

_____ (прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «___» 2019 р. № _____

2. Термін подання студентом роботи 10 червня 2019 р.

3. Вихідні дані до роботи _____

4. Зміст роботи _____

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо) _____

РЕФЕРАТ

Обсяг роботи 36 сторінок, 7 ілюстрацій, 2 таблиці, 0 додатків, 5 джерел літератури.

Об'єктом дослідження є процес рефлексивного вибору суб'єкта при наявності певної кількості факторів впливу.

Предметом дослідження є модель багатопольярного рефлексивного вибору.

Методи дослідження:

- Методи математичного аналізу;
- Методи рефлексивного аналізу;
- Методи теорії ймовірності;
- Методи математичної статистики;
- Методи машинного навчання.

Наукова новизна одержаних результатів:

- вперше було побудовано математичну модель, що описує неперервний випадок багатопольярного рефлексивного вибору.
- визначено можливість практичного застосування моделі.

Практичне значення одержаних результатів:

Одержані результати можна застосовувати при побудові систем підтримки прийняття рішень у різних сферах, оскільки важливий не лише об'єктивний аспект системи, а і її внутрішній (суб'єктивний) аспект, пов'язаний з тим, що до складу системи входять люди, що володіють особливостями сприйняття, свободою волі та свободою вибору.

МОДЕЛІ КОГНІТИВНИХ ВИКРИВЛЕНЬ, РЕФЛЕКСИВНИЙ АНАЛІЗ, РЕФЛЕКСІЯ ПЕРШОГО/ДРУГОГО РАНГУ, БАГАТОПОЛ'ЯРНА РЕФЛЕКСІЯ, РІВНЯННЯ РЕФЛЕКСИВНОГО ВИБОРУ, ІНТЕНЦІОНАЛЬНИЙ ВИБІР.

ABSTRACT

Work volume of 39 pages, 7 illustrations, 2 tables, 0 applications, 5 sources of literature.

The object of the research is a process of reflective selection with several influence factors.

The subject of the study is a continuous multipolar reflective selection model.

Research methods:

- methods of Boolean algebra;
- methods of mathematical analysis; programming;
- methods of mathematical;
- methods of probability theory;
- methods of machine learning.

Results of work and its novelty:

- firstly were created a continuous multipolar reflective selection model;
- was created a test for reflective selection models;
- the continuous multipolar reflective selection model was experimentally approved by a test.

Practical significance of obtained results:

The results can be used for building decision support systems in various spheres, because internal (subjective) aspect of system is also important, not only its objective aspect. The internal aspect exists, because the structure of the system involves people, who have peculiarities of perception and freedom of choice.

MODELS OF COGNITIVE DISTORTIONS, REFLEXIVE ANALYSIS, FIRST/SECOND RANGE REFLECTION, MULTIPOLAR REFLECTION, EQUATION OF THE REFLEXIVE CHOICE, INTENTIONAL CHOICE.

ЗМІСТ

Реферат	4
Перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів	7
Вступ.....	8
1 Основні принципи математичного моделювання рефлексії.....	10
1.1 Вступ	10
1.2 Модель суб'єкта з рефлексією.....	10
1.3 Модель рефлексії першого рівня	12
1.4 Модель рефлексії другого рівня.....	14
1.5 Інтенціональний вибір	15
1.6 Неперервна модель	18
Висновки до розділу 1	22
2 Неперервна модель багатопольярного вибору	24
2.1 Розробка моделі багатопольярного рефлексивного вибору.....	24
Висновки до розділу 2	26
3 Тестування моделі.....	27
3.1 Розробка та проведення тестування моделі	27
3.2 Аналіз результатів першого тестування	29
3.3 Розробка та проведення другого тестування моделі.....	30
3.4 Аналіз результатів другого тестування	31
Висновки до розділу 3	34
Висновки	35
Перелік джерел посилань	36

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

x_1 – вплив зовнішнього світу;

x_2 – очікування суб'єкта;

x_3 – інтенції (бажання) суб'єкта;

p_1 – ймовірність, з якою вплив зовнішнього світу приймає значення 1;

p_2 – ймовірність, з якою очікування суб'єкта приймають значення 1;

p_3 – ймовірність, з якою інтенції (бажання) суб'єкта, приймають значення 1;

A_1 – готовність до вибору;

P_1 – ймовірність, з якою A_1 приймає значення 1;

$\bar{x}, \neg x$ – заперечення x ;

\vee – логічне “або”;

$\wedge, \&$ – логічне “і”;

\rightarrow – логічна імплікація.

ВСТУП

Актуальність роботи

Дана робота покриває більш широко область науки, що вивчає процес прийняття рішень суб'єктом, що наділений здатністю до самоусвідомлення, ніж те що було розглянуто у схожих минулих роботах з рефлексії. У ній побудована та протестована модель багатопольярного рефлексивного вибору. На даний момент застосування на практиці теорії прийняття рішень з урахуванням рефлексії випереджає теорію, тому формалізація основ рефлексивного вибору має наукову і в майбутньому практичну значущість.

Мета і завдання дослідження

Метою дослідження являється побудова моделі, що описує багатопольярний рефлексивний вибір суб'єкта, її тестування та аналіз отриманих результатів.

Об'єкт дослідження - процес рефлексивного вибору суб'єкту при наявності певної кількості факторів впливу.

Предмет дослідження - процес багатопольярного рефлексивного вибору суб'єкта.

Мета дослідження - побудова математичної моделі, що описує багатопольярний рефлексивний вибір суб'єкта, її тестування та аналіз отриманих результатів.

Методи дослідження:

- Методи булевої алгебри;
- Методи математичного аналізу;
- Методи рефлексивного аналізу;
- Методи теорії ймовірності;
- Методи математичної статистики;

- Методи машинного навчання.

Наукова новизна одержаних результатів:

- Вперше побудовано неперервну модель для випадку багатопольярного рефлексивного вибору;
- Проведено тестування побудованої моделі для часткового випадку інтенціонального вибору.

Практичне значення одержаних результатів

Одержані результати можна застосовувати при побудові систем підтримки прийняття рішень у різних сферах, оскільки важливий не лише об'єктивний аспект системи, а і її внутрішній (суб'єктивний) аспект, пов'язаний з тим, що до складу системи входять люди, що володіють особливостями сприйняття, свободою волі та свободою вибору.

Апробація результатів роботи

Роботу було оприлюднено у формі доповіді на XVII Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики».

Публікації

Роботу було опубліковано на XVII Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики».

1 ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РЕФЛЕКСІЇ

1.1 Вступ

Рефлексивний вибір – це вибір суб'єкта, який здатний до самоусвідомлення. Самоусвідомлення є процесом формування суб'єктивної картини зовнішнього світу в свідомості людини і подальшого її осмислення. Спроби формалізації такого вибору були вперше розглянуті у роботах В. А. Лефевра з «Алгебри совісті», як він її і назвав, де під совістю розуміється певний внутрішній механізм суб'єкту, що забезпечує регулювання усіх його дій та породжує суб'єктивний план такого регулювання.

На сьогоднішній день під час розробки систем підтримки прийняття рішень в усіх галузях окрім фізичної, матеріальної складової, що впливає на вибір дуже важливо враховувати суб'єктивні аспекти, так як доволі часто причиною конфлікту під час прийняття рішень може бути совість, у розумінні Лефевра. Саме тому формалізація рефлексивного вибору є надзвичайно важливою та затребуваною.

1.2 Модель суб'єкта з рефлексією

Рефлексію, самоусвідомлення, також можна розуміти як здатність суб'єкта давати оцінку своїй поведінці та думкам з позиції зовнішнього спостерігача по відношенню до свого внутрішнього образу світу, це називають авторефлексією. Інший тип рефлексії – це взаємна рефлексія, під час такої рефлексії суб'єкт здатен до відображення до відображення внутрішнього стану, тобто почуттів думок та поведінки, інших суб'єктів у свій внутрішній образ зовнішнього світу.

У підході Лефевра формалізація рефлексивного вибору базується на моделі, що складається з трьох рівнів рефлексії.

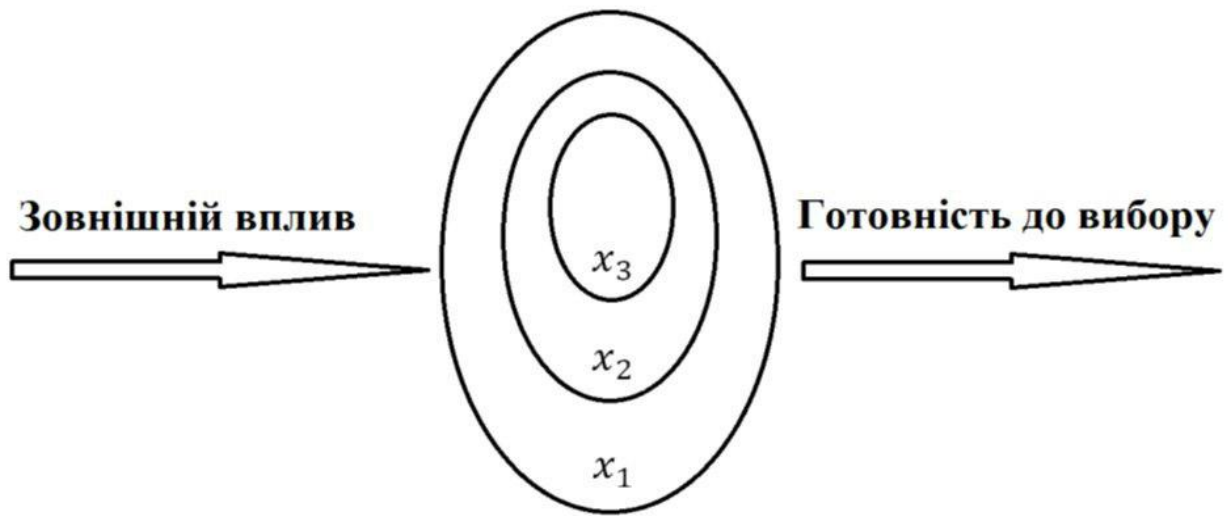


Рисунок 1.1 – Принцип рефлексії

Людина існує в зовнішньому світі, який завжди створює певний тиск на її вибір, але людина піддається впливу не реальності, а моделі реальності у своїй свідомості. Саме імпульси від усвідомленого середовища, що сприймаються людиною, які підштовхують до якогось вибору ми будемо називати зовнішнім тиском світу, та позначимо через – x_1 .

Тепер пояснимо та позначимо другий рівень рефлексії. Цьому рівню рефлексії відповідає осмислення першого рівня, який є образом світу у суб'єкта, тобто перший рівень пов'язує зовнішній світ з сутністю індивіда, отже, наступний рівень буде відповідати образу себе у образа себе. Образ себе у образа себе суб'єкт формує на основі досвіду, своєї поведінки, почуттів та думок при різних значеннях тиску зовнішнього середовища. В сукупності значення тиску, що уже зустрічались та є очікуваними, мають відповідні значення поведінки, думок та почуттів формують психологічну установку, очікування певного стану зовнішнього світу, та реакції на неї, що і являє собою другий рівень рефлексії, позначимо, як – x_2 .

Як було вказано вище у цьому підрозділі – суб'єкт існує у зовнішньому середовищі, але діяти він повинен не лише підпорядковуючись пережитому

досвіду. Іншим фактором, що спричиняє тиск на прийняття рішень є бажання та плани на майбутнє, які також можуть бути нереальними. Цей фактор формується коли суб'єкт осмислює з точки зору спостерігача попередні два рівня рефлексії, це створює прагнення до виконання певних дій, тобто інтенцію. Плани, бажання та прагнення та є третім рівнем рефлексії у даній моделі, який позначимо через x_3 .

Отже, внутрішня модель світу у суб'єкта складається з трьох рівнів усвідомлення реального світу. Перші дві рівня, підсвідомий тиск з боку зовнішнього середовища та пережитий досвід, складають суб'єктивну оцінку своїх дій, почуттів, емоцій, тобто є самооцінкою суб'єкта.

При вирішенні суб'єктом який зробити вибір він може здійснювати повністю піддавшись тиску одного з рівнів рефлексії, кожен з таких випадків є частковим випадком моделі, що описує рефлексивний вибір, та є її важливою складовою. Але в будь якому випадку спочатку у людини формується готовність до вибору, який може бути втілений в реальність при певних обставинах. Ураховуючи факт того, що кожен суб'єкт має здатність свободи вибору, то його вибір не обов'язково буде повністю визначений в рамках складових описаної моделі, та може бути повністю непередбачуваним, але спираючись на рефлексивну модель можна побудувати ментальну модель суб'єкту та на її основі передбачати готовність до вибору.

1.3 Модель рефлексії першого рівня

Лефевром було створено модель, яка описує лише біполярний вибір, тобто коли суб'єкт обирає лише між позитивною та негативною оцінкою об'єкту. Для опису цієї моделі вводяться описані дві змінні $x_1, x_2 \in \{0,1\}$, де x_1 – тиск зовнішнього середовища, де $x_1 = 0$ – означає, що світ підштовхує

індивіда піддатись, а $x_1 = 1$, навпаки встояти від спокуси. Наступна змінна x_2 є образом себе, де $x_2 = 0$ відповідає тому, що суб'єкт бачить себе у своїй картині світу піддавшись спокусі, а $x_2 = 1$, що він зміг встояти. Розглянемо булеву функцію

$$A_1 = f(x_1, x_2)$$

яка і буде описувати певну модель поведінки суб'єкта. Значенню $A_1 = 0$ відповідає ситуація, коли суб'єкт не встояв перед спокусою та піддався, а $A_1 = 1$ – навпаки, коли він зміг стриматись. Тоді цьому відповідають два рівняння.

$$f(1, x_2) = 1, f(0, x_2) = \neg x_2$$

Перша рівність стверджує, що світ може змусити утриматись від спокуси. Друга рівність показує те, що суб'єкт може протистояти світу тільки у випадку, коли від здатен побачити себе в ситуації, коли він піддався спокусі.

Таблиця 1.1 – таблиця істинності фундаментальних припущень.

x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

Із таблиці 1.1 випливає формула

$$f(x_1, x_2) = x_1 \vee \neg x_2 = x_2 \rightarrow x_1 \quad (1.1)$$

Тобто модель рефлексивного вибору для рефлексії першого рівня є імплікація. Формула 1.1 описує частковий випадок рефлексивного вибору, коли індивід здійснює його виключно під впливом зовнішнього світу, тобто підсвідомо, такий вибір ще називають примітивним.

1.4 Модель рефлексії другого рівня

Тепер коли ми знаємо, що зв'язок між рівнями рефлексії є імплікацією, яка описують суб'єкт з точки зору стороннього спостерігача. Якщо суб'єкт сам стає на позицію спостерігача ми отримуємо наступний рівень рефлексії, який описується функцією, яку отримуємо підставивши замість x_2 вираз $x_3 \rightarrow x_2$ у формулу 1.1

$$A_3 = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, \quad (1.2)$$

де x_1 – тиск зовнішнього середовища, x_2 – психологічна установка, x_3 – інтенції суб'єкту, $A_2 = x_3 \rightarrow x_2$ – самооцінка індивіда. Як вказувалось раніше – світ може змусити індивіда встояти перед спокусою, тож при значеннях $x_1 = 1$ готовність до дії $A_3 = 1$. Розглянемо 4 варіанти коли $x_1 = 0$.

$$1. A_3 = (1 \rightarrow 1) \rightarrow 0 = 0.$$

$$2. A_3 = (0 \rightarrow 1) \rightarrow 0 = 0.$$

$$3. A_3 = (1 \rightarrow 0) \rightarrow 0 = 1.$$

$$4. A_3 = (0 \rightarrow 0) \rightarrow 0 = 0.$$

Як бачимо тепер готовність діяти A_3 залежить лише від самооцінки суб'єкту, A_2 , коли $A_2 = 1$ (випадки 1,2,4), $A_3 = 0$, тобто суб'єкт здатен до негативних дій, коли у момент прийняття рішення його самооцінка є високою і якщо навпаки суб'єкт має негативний образ себе, $A_2 = 0$, то він здатен протистояти зовнішньому негативному тиску. Отже, у «поганій» ситуації, коли тиск зовнішнього світу схиляє індивіда до негативних дій

суб'єкт з підвищеною самооцінкою піддається цьому впливу, а суб'єкт з низькою протистоїть, тобто значення самооцінки в такій ситуації корегує готовність до дії.

1.5 Іntenціональний вибір

При побудові моделі, що описує рефлексивний вибір було використано припущення, що суб'єкт наділений здатністю до вільного вибору, тобто при певних умовах здатен втілити будь яку свою інтенцію в реальність, саме це і є інтенціональним вибором. Даному поняттю відповідають усі розв'язки рівняння

$$A_3 = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_3. \quad (1.3)$$

Розглядаючи модель у двозначній булевій бачимо, що є лише п'ять можливостей інтенціонального вибору. У випадку, коли світ здійснює тиск на суб'єкта, схиляючи його до вибору полюса, що відповідає $x_1 = 1$, тобто позитивного, то в цьому випадку суб'єкт завжди підкорюється такому тиску при будь якому значенні x_2 . У протилежному випадку, коли тиск зовнішнього світу уже схиляє до альтернативи негативного полюсу, тобто $x_1 = 0$, то у цьому випадку вибір, що буде здійснений суб'єктом визначається його очікуваннями. При завищеному значенні очікуваного тиску, який не буде відповідати дійсності, тобто $x_2=1$, то у такому випадку суб'єкт має лише один варіант вибору - негативний полюс. При реалістичних уявленнях та сформованих на них очікуваннях з приводу зовнішнього тиску

$$x_1 = 0, x_2 = 0$$

у суб'єкта залишається повна свобода вибору та реалізації усіх його планів. За означенням імплікація записується через диз'юнкцію, як

$$x \rightarrow y \equiv \neg y \vee x.$$

Підставимо імплікацію у такій формі у рівняння (1.3), тоді отримуємо

$$\neg(\neg x_3 \vee x_2) \vee x_1 = (x_3 \& \neg x_2) \vee x_1 = x_3.$$

Враховуючи дистрибутивність,

$$(x_3 \& \neg x_2) \vee x_1 = (x_3 \vee x_1) \& (\neg x_2 \vee x_1) = x_3.$$

$x_3 \vee x_1 = x_3$, тоді і тільки тоді, коли $x_1 \leq x_3$.

Якщо $x_1 \leq x_3$, то

$$(x_3 \vee x_1) \& (\neg x_2 \vee x_1) = x_3 \& (\neg x_2 \vee x_1) = x_3.$$

$x_3 \& (\neg x_2 \vee x_1) = x_3$, тоді і тільки тоді, коли $x_3 \leq \neg x_2 \vee x_1$.

Звідси випливає

$$x_1 \leq x_3 \leq x_2 \rightarrow x_1.$$

1.5.1 Вплив зовнішнього тиску та упереджень

Коли суб'єкт здійснює інтенціональний вибір, то цей вибір завжди належить множині альтернатив, яка обмежена зовнішнім тиском знизу, тобто вибір який робить суб'єкт повністю підкорившись зовнішньому тиску є найгіршим.

Отже, інтенція індивіду, що сформована на основі тиску зовнішнього середовища є усвідомленим образом того, до чого схиляє зовнішнє середовище. Також дана множина альтернатив обмежена зверху примітивним вибором, який розцінюється як найбільш хороший інтенціональний вибір, що може бути здійснений індивідом.

$$x_2 \rightarrow x_1 = \neg x_2 \vee x_1 = \sup\{\neg x_2, x_1\}.$$

Індивід маючи певні очікування з приводу зовнішнього тиску, що схиляє до вибору x_2 розглядає протилежний полюс $\neg x_2$, після чого обирає уже між $\neg x_2$ та x_1 порівнюючи їх. У тому випадку, коли $\neg x_2$ та x_1 неможливо

порівняти, то обирається найслабша норма, серед норм z , що задовольняють умову

$$\neg x_2 < z, x_1 < z.$$

Тепер коли виконується

$$x_1 < x_2 \rightarrow x_1,$$

то в такому випадку вибір індивіда обмежено: суб'єкт здатен реалізувати лише інтенції, які лежать у інтервалі від слідування зовнішньому тиску до примітивного вибору.

Множина альтернатив вибору індивіда складається з усіх елементів, що лежать між x_1 та $x_2 \rightarrow x_1$. У випадку коли зовнішній тиск схиляє до негативного полюсу - Антинорми, а примітивний вибір є вибором позитивного полюсу, то вільність вибору альтернативи індивіда не обмежується:

$$0 \leq x_3 \leq I.$$

Свобода волі, без усіляких обмежень являється невизначеністю вибору, тобто ми не в змозі зробити навіть ймовірнісні припущення, про вибір індивіда. Очевидно, що єдина точка у булевій системі, де може виникати такого роду невизначеність - це $x_1 = 0$ та $x_2 = 0$. Тепер розглянемо випадок, коли суб'єкт піддавшись зовнішньому тиску здійснює те до чого схиляє примітивний вибір, тобто вони співпадають:

$$x_1 = x_2 \rightarrow x_1,$$

У цьому випадку зовнішній світ визначає те, який інтенціональний вибір буде здійснено суб'єктом:

$$x_3 = x_1.$$

В такому випадку індивід після усвідомлення зовнішнього світу піддається його тиску, тобто формує інтенцію, яка співпадатиме з зовнішнім тиском.

Упереджене бачення ситуації індивідом - це реакція на очікуване значення зовнішнього тиску x_2 , але дійсні значення тиску можуть бути зовсім іншими заниженими: $x_2 < x_1$, завищеними: $x_2 > x_1$ або все ж таки співпадати.

У першому та останньому випадках, коли індивід чекає тиску, що буде схилити в сторону негативного полюсу, або він буде очікувати значення яке буде точно таким як і насправді, то

$$x_2 \leq x_1, x_2 \rightarrow x_1 = \mathbf{I}.$$

У другому випадку ж, коли $x_2 < x_1$, то

$$x_2 \rightarrow x_1 \neq \mathbf{I}$$

І в цьому випадку індивід не має можливості втілити в реальність будь яку інтенцію.

$$x_1 \leq x_3 \leq x_2 \rightarrow x_1 = \mathbf{I}.$$

З цього випливає, що у випадку, коли очікування індивіда є завищеними, то він не здатен обрати позитивний в його системі цінностей полюс, тобто занадто високі очікування по відношенню до зовнішнього світу є причиною обмежень, які накладаються на вибір суб'єкту, які є наслідком з розчарування.

1.6 Неперервна модель

Позначимо ймовірності з якими змінні x_1, x_2, x_3 приймають значення 1, як p_1, p_2, p_3 відповідно. Тепер коли ми розглядаємо наші змінні як випадкові величини варто зазначити, що вони є незалежними.

Перепишемо рівняння 1.3 для A_3 через диз'юнкції та кон'юнкції: $\wedge \vee$

$$A_3 = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_1 \vee \neg(x_3 \rightarrow x_2) = x_1 \vee \neg(x_2 \vee \neg x_3) = x_1 \vee (\neg x_2 \wedge x_3) = \neg(\neg x_1 \wedge \neg(\neg x_2 \wedge x_3))$$

Знайдемо ймовірність $P(A_3 = 1) = P_1$. A_3 приймає значення 1 з ймовірністю, з якою вираз $\neg(\neg x_1 \wedge \neg(\neg x_2 \wedge x_3))$ приймає значення 1, тобто з ймовірністю, з якою вираз $\neg x_1 \wedge \neg(\neg x_2 \wedge x_3)$ приймає значення 0. Позначимо ймовірність, з якою вираз $\neg(\neg x_1 \wedge \neg(\neg x_2 \wedge x_3))$ приймає значення 1 через p^* . Отже, вираз $\neg x_1 \wedge \neg(\neg x_2 \wedge x_3)$ приймає значення 0 з ймовірністю $1 - p^*$. Тоді, $P_1 = 1 - p^*$. Обчислимо p^* . Вираз приймає значення 1 тоді ж, коли $x_1=0$ та $\neg x_2 \wedge x_3 = 0$. Отже,

$$p^* = (1 - p_1) \cdot p^{**},$$

де p^{**} – ймовірність, з якою вираз $\neg x_2 \wedge x_3$ приймає значення 0. Обчислимо p^{**} . Вираз $\neg x_2 \wedge x_3$ приймає значення 0 у випадках:

$$\left[\begin{array}{l} \neg x_2 = 0, \\ x_3 = 0; \\ \neg x_2 = 1, \\ x_3 = 0; \\ \neg x_2 = 0, \\ x_3 = 1; \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 = 1, \\ \neg x_3 = 0; \\ x_2 = 0, \\ x_3 = 0; \\ x_2 = 1, \\ x_3 = 1; \end{array} \right]$$

Отже,

$$p^{**} = p_2(1 - p_3) + (1 - p_2)(1 - p_3) + p_2 \cdot p_3.$$

Підставимо знайдені ймовірності у формулу для P_1 :

$$\begin{aligned} P_1 = 1 - p^* &= 1 - (1 - p_1) \cdot p^{**} = 1 - (1 - p_1) \cdot (p_2(1 - p_3) + (1 - p_2)(1 - p_3) + p_2 \cdot p_3) \\ &= 1 - (1 - p_1)(p_2(1 - p_3 + p_3) + (1 - p_2)(1 - p_3)) = 1 - (1 - p_1)(p_2 + 1 - p_3 - p_2 + p_2 \cdot p_3) \\ &= 1 - (1 - p_1)(1 - p_3 + p_2 \cdot p_3) = 1 - (1 - p_3 + p_2 \cdot p_3 - p_1 + p_3 \cdot p_1 - p_3 \cdot p_1 \cdot p_2) \\ &= p_3 - p_2 \cdot p_3 + p_1 - p_3 \cdot p_1 + p_3 \cdot p_1 \cdot p_2 = p_1 + p_3(1 - p_1 - p_2 + p_1 \cdot p_2) \\ &= p_1 + p_3((1 - p_1) - p_2(1 - p_1)) = p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2)p_3. \end{aligned}$$

Розглянемо рівняння вільного суб'єкта:

$$(x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_3.$$

Ліва частина даного рівняння приймає значення 1 з ймовірністю

$$p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2) p_3,$$

а права частина – з ймовірністю p_3 .

$$p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2)p_3 = p_3.$$

Отже, отримали, що

$$p_3 = \frac{p_1}{1 - (1 - p_1)(1 - p_2)} \quad (1.4)$$

Розглянемо неперервну модель для рівняння інтенціонального вибору.

Розглянемо той випадок, коли $p_1 = \frac{1}{2}$.

$$p_3 = \frac{\frac{1}{2}}{1 - (1 - \frac{1}{2})(1 - p_2)};$$

$$p_3 = \frac{1}{1 + p_2};$$

Якщо розглянути частковий випадок, коли $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$, тобто випадок інтенціонального вибору коли вплив зовнішнього світу співпадає з очікуваннями суб'єкта, то отримаємо, що $p_3 = \frac{2}{3}$, тобто реальна ймовірність при відображенні у свідомості суб'єкту зміщується на $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Також поняття позитивного та негативного полюсів є суб'єктивним та може змінюватись від одного індивіда до іншого, тому p_3 може приймати в реальних умовах значення не лише $\frac{2}{3}$, а ще симетрично до реального значення схилиючись до іншого полюсу $-\frac{1}{6}$.

1.6.1 Тестування біполярної неперервної моделі

Після того як модель рефлексивного вибору була побудована, та використана для передбачення результатів, необхідно перевірити її застосовність імпірично, тобто проведенням тесту та порівнянням результатів з очікуваними. Здійснити перевірку шляхом постановки реального експерименту, де люди здійснюють моральний вибір неможливо з етичних міркувань, але цілком аргументованим є використання формули 1.4 не тільки в моральному виборі, а і для надаваних оцінок. З цієї точки зору p_3 – це є не ймовірність готовності до дії, а спеціальна характеристика індивіда, що відображає його готовність до вибору позитивного полюсу з ймовірністю p_3 . Також p_3 можна інтерпретувати не лише як ймовірність, а ще й як суб'єктивна оцінка насиченості позитивною якістю в певному об'єкті, але тільки якщо суб'єкт уже має певний досвід оцінки таких об'єктів цією якістю.

Враховуючи вказані фактори тест моделі Лефевра запропонований ним самим був наступним: учаснику тестування показували листок паперу з сірим кольором інтенсивність якого позначимо як S_1 , потім показувався листок паперу з інтенсивністю сірого кольору яка була рівна S_2 , величини S_1 , S_2 задані для учасника. Після чого суть тесту була у тому, що учаснику необхідно було оцінити якнайточніше інтенсивність сірого на новому листку реальна інтенсивність якого була S , $S < S_2$, $S > S_1$. Так як індивід, що є учасником тестування хоче оцінити найбільш точно інтенсивність сірого кольору, то це буде випадок інтенціонального вибору, прогнозовані значення оцінок позитивної якості в об'єкті були передбачені у попередньому розділі і відповідно до них будуть відхилятися на $\frac{1}{6}$ в одну чи іншу сторону в залежності від того, який полюс для даного індивіда є позитивним, і матимуть значення $\frac{2}{3}$ та $\frac{1}{3}$.

Даний експеримент було проведено Поултоном та Симмондсом у 1985 році. Розподіл результатів тестування можна побачити на рисунку 1.2 .

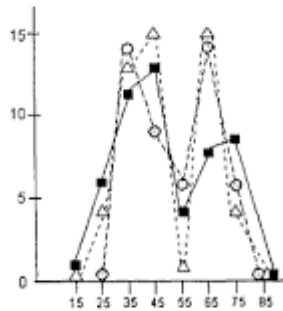


Рисунок 1.2 – Розподіл оцінок тесту

Ми можемо бачити, що вийшов розподіл з двома горбами, що й було передбачено моделью. Правий горб відповідає відповідям учасників тестування які сприймали білий колір як позитивний полюс параметру інтенсивності сірого, а лівий горб – навпаки, відповідає оцінкам індивідів, для яких чорний колір є позитивним полюсом у цій біполярній шкалі.

Варто зазначити, що для тестування запропонованої Лефевром моделі було проведено ще ряд інших експериментів у яких потрібно було оцінити довжину стержня, на скільки довго або наскільки голосно лунає звук та інші. Усі вони підтверджували коректність, та практичну застосовність моделі біполярного рефлексивного вибору Лефевра.

Висновки до розділу 1

Для вирішення індивідуального завдання було вивчено математичні поняття та методи, що використовуються для побудови моделей рефлексивного вибору, проаналізовано вивід моделі інтенціонального рефлексивного вибору. Розглянуто та проаналізовано побудову неперервних моделей біполярного рефлексивного вибору та методи тестування цих моделей і обробки результатів.

Розглядаючи теоретичні принципи математичного моделювання рефлексії виявлено, що усі наявні моделі описують лише вибір у межах біполярної шкали, та біполярного однопараметричного оцінювання об'єктів. Побудова та тестування моделі, що буде описувати багатопольярний рефлексивний вибір розглянуті у наступному розділі.

2 НЕПЕРЕРВНА МОДЕЛЬ БАГАТОПОЛЯРНОГО ВИБОРУ

Розглянувши теорію з рефлексивних процесів, принципи математичного моделювання рефлексії та ознайомившись з наявними моделями було виявлено, що наразі не існує моделі, яка б описувала рефлексивний вибір індивіда, коли його вибір не зводиться до оцінки наскільки це добре чи погано, а коли є більш, аніж два полюси.

2.1 Розробка моделі багатопольярного рефлексивного вибору

Як було зазначено у попередньому розділі – величина p_3 може виступати не лише в ролі ймовірності готовності до дії, а й як число, що відображає оцінку, яка показує наскільки оцінюваний параметр є позитивним. Тепер відштовхуючись саме від другої інтерпретації можна побудувати модель яка буде описувати не лише біполярний вибір між умовним добром та злом. В такому випадку багатопольярну оцінку об'єкту можна перевизначити як множину біполярних оцінок незалежних параметрів. Для кожного з параметрів враховуючи, що оцінка того наскільки він позитивний ще й слугує ймовірністю готовності до прийняття позитивного полюсу на цій шкалі можна окремо визначити результуючі значення функції 1.4 .

Тепер поставимо у відповідність кожному об'єкту відповідного рівня рефлексії множину параметрів, для кожного елемента якої суб'єкт буде надавати оцінку позитивності незалежно від інших. Будувати нашу модель будемо спираючись на отримані Лефевром результати та аксіоми для трирівневої моделі рефлексії. Розглянемо таблицю для двох рівнів рефлексії: першого та другого.

Таблиця 2.1 – Два рівня рефлексії для багатопольярного випадку.

X_2	x_2^1	...	$x_2^{n_2}$
X_1	x_1^1	...	$x_1^{n_3}$

У таблиці 2.1 уже множина X_i , множина параметрів, що потрібно оцінити на i -тому рівні рефлексії, складається з x_i^j , де $j=1, n_i$, для 1-го рангу n_1 – кількість варіантів вибору, які запропоновані зовнішнім світом. Так як кожен ранг рефлексії є образом, відображенням, попереднього, то i варіанти формуються з множини варіантів вибору попереднього рангу, тобто завжди виконується нерівність $n_{i+1} \leq n_i$.

Кожен параметр з індексом j суб'єкт незалежно від інших оцінює у своїй біполярній шкалі з суб'єктивними полюсами умовного добра та зла, саме тому ми можемо поелементно застосувати формулу 1.1 для кожного елементу множин X_i^j і отримати зв'язок рівнів рефлексії, застосовуючи до якого формулу 1.3 та у випадку неперервної моделі 1.4 отримати значення ймовірностей, або очікуваних оцінок в біполярній шкалі для кожного параметру об'єкту.

$$X_j = (x_1^j) / (x_1^i + x_2^j - x_1^i * x_2^j). \quad (2.1)$$

Тепер за наявності формули, що описує очікувану оцінку кожного параметру індивідом можемо зробити передбачення за допомогою цієї моделі. Розглянемо простий випадок, коли усі параметри мають однаковий розподіл з середнім значенням $\frac{1}{2}$, в такому випадку підставивши замість x_1^j в рівняння 2.1 середнє очікуване значення - отримаємо гіперболи.

$$X_j = 1 / (1 + \frac{1}{2} x_2^j). \quad (2.2)$$

Тепер для того, щоб отримати конкретні значення параметрів, які буде оцінювати суб'єкт-учасник тестування моделі розглянемо випадок вибору,

коли представлення тестового об'єкту є єдиним у серії тестування, у цьому випадку $x_{2^j} = \frac{1}{2}$, підставивши у формулу 2.2 отримаємо: $X_j = \frac{2}{3}$. Взявши до уваги той факт, що для деяких людей полюси умовного добра та зла є протилежними до уявлень інших людей, тож для них відхилення X_j від x_{2^j} буде симетрично і тоді $X_j = x_{2^j} - |x_{2^j} - X_j| = \frac{1}{3}$. Отже, ми зробили передбачення для значень оцінок параметрів X_j .

Висновки до розділу 2

Спираючись на біполярну модель В. А. Лефевра, в роботі було побудовано неперервну модель рефлексивного інтенціонального множинного вибору. Розроблена модель якраз покриває ті випадки на які не поширюється модель Лефевра та розглянуті у розділі 1 методи математичного моделювання рефлексії.

Було використано розроблену модель для отримання передбачених значень оцінок параметрів, які можна використовувати для експериментального підтвердження коректності моделі.

3 ТЕСТУВАННЯ МОДЕЛІ

3.1 Розробка та проведення тестування моделі

Маючи модель та очікувані значення отримані здійсненням передбаченням необхідно експериментально підтвердити можливість практичного застосування моделі, але здійснити перевірку шляхом постановки реального експерименту, де люди здійснюють моральний вибір неможливо з етичних міркувань, проте цілком аргументованим є використання формули 2.1 не тільки в моральному виборі, а і для надаваних оцінок. З цієї точки зору X_j – це є не ймовірність готовності до дії, а спеціальна характеристика індивіда, що відображає його готовність до вибору позитивного полюсу з ймовірністю X_j . Також X_j можна інтерпретувати не лише як ймовірність, а ще й як суб'єктивна оцінка насиченості позитивною якістю в певному об'єкті, але тільки якщо суб'єкт уже має певний досвід оцінки таких об'єктів цією якістю.

Проведемо тестування наступним чином. Учаснику тестування будуть видані екземпляри карток рівномірно заповнених одним кольором, який складається із незалежно примішаних в нього синього та червоного кольорів, та відповідні кількості червоного та синього кольорів у цих картках від 1 до 10. Після цього учаснику тестування видається картка яка заповнена червоним та синім кольором на 5.5 одиниць із 10 кожним і йому потрібно якнайбільш точно оцінити скільки тут червоного та синього кольору в шкалі від 1 до 10, крайові випадки були показані суб'єкту на етапі ознайомлення з прикладами оцінювання. Для проведення цього тестування було розроблено відповідний сайт.

Після фільтрації результатів тестування від очевидно неадекватних результатів, наприклад таких у яких одна з оцінок рівна нулю, або коли

людина декілька разів проходить тестування залишилось 188 результатів тестування. Тепер усі результати нормуємо, щоб отримати шкалу від 0 до 1 та розбиваємо на 10 секторів, які і відповідатимуть кожній оцінці та побудуємо гістограму розподілу оцінок.

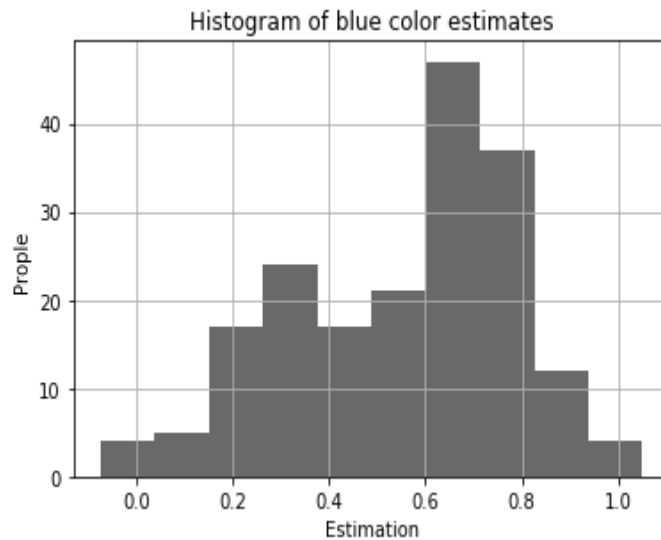


Рисунок 3.1 – Гістограма розподілу оцінок синього кольору

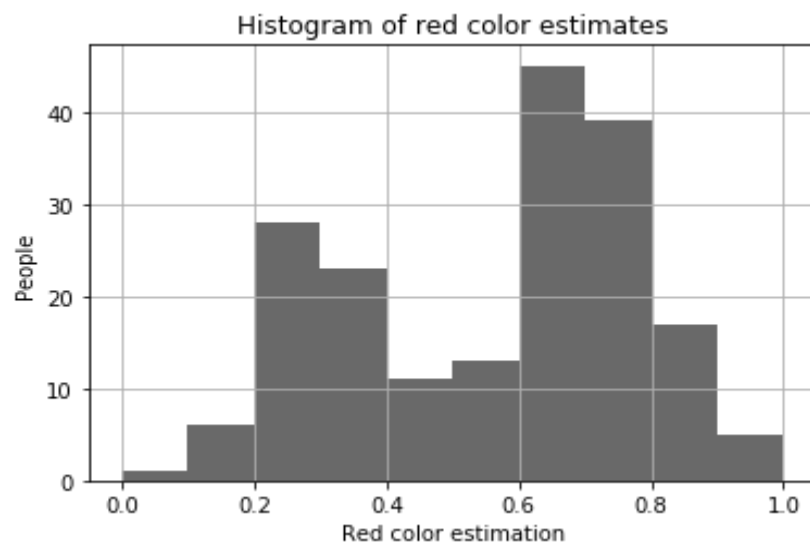


Рисунок 3.2 – Гістограма розподілу оцінок червоного кольору

Аналізуючи гістограми можна побачити, що найбільша кількість оцінок приходить якраз на місця в яких відповідно до моделі ми й очікували результати. В даному випадку на відміну від результатів тестування моделі Лефевра немає того вираженого провалу у місці реальної оцінки, феномен якого так і не був пояснений і з точки зору психофізики вважається парадоксальним. Але це є наслідком природи тесту, оцінюючи кількість або інтенсивність одного кольору в іншому учаснику дуже важко визначити це як незалежні параметри і навіть знаючи про це у його свідомості змішаний колір буде спричиняти певні когнітивні викривлення, також природа сприйняття кольору не є ідеальною у людини, та залежить від індивіда, через ці фактори було проведено ще одне тестування яке описано в підрозділі 2.4.

3.2 Аналіз результатів першого тестування

З аналізу гістограм видно, що оцінки групуються симетрично відносно реального значення параметру. Таку ж поведінку передбачає і побудована модель. Тож застосувавши метод машинного навчання K-means можна отримати розділення усіх оцінок на 2 групи: одна з яких сприймає насичений колір як позитивний полюс, а інша навпаки, а також отримати оцінку центрів цих груп та порівняти з очікуваними оцінками.

K-means алгоритм

Алгоритм кластеризування K-means це один з найпопулярніших методів метод розділення набору даних на визначену кількість груп. K-means складається з двох етапів та належить до класу ітераційних алгоритмів. На першому етапі він обраховує k-центроїд, а на другому відносить кожен точку до найближчого з k класів, базуючись на обрахованих до цього k центрах. Насправді є багато методів визначаючих відстань до класу (центру класу), проте найживанішим залишається обрахування Евклідової відстані. Коли

обидва етапи завершені, повторюється перший етап визначення кцентроїдутаобрахування нової відстані для кожної точки, до цих центрів і так далі. Кожен з центрів кластерів як точка з мінімальною сумарною відстанню до всіх членів кластеру. Тоді кожен кластер характеризується точками членами цього кластеру та його центром. Тобто k-means алгоритм мінімізує суму відстаней від кожного члену кластеру до його центра, по всіх кластерам.

Застосувавши K-means алгоритм до вибірки яку складають вихідні оцінки інтенсивності кольорів в шкалі від 1 до 10 сумарно для синього та червоного кольорів отримаємо центри кластерів рівними: перший – 3.63, а другий – 6.649, коли очікувані значення в 10ти бальній шкалі були рівними: перший – $10 * \frac{1}{3} = 3.33$, другий – $10 * \frac{2}{3} = 6.67$. Результати досить близькі до очікуваних, тож модель можна вважати експериментально підтверженою.

3.3 Розробка та проведення другого тестування моделі

У попередньому випадку була не симетрична відносно реального значення вибірка тому можливо, що при деяких інших граничних значеннях параметрів оцінюваного об'єкту гістограма розподілу була б дещо іншою. Саме з цієї причини було розроблено інший метод тестування, де учасник міг би навіть візуально бачити, що параметри які йому необхідно оцінити є незалежними.

Для оцінки було обрано об'єкт - коло з радіусом, значення якого, генерувалось з рівномірного розподілу, далі це коло замальовується сірим кольором інтенсивність якого відповідає новому значенню згенерованому з рівномірного розподілу. Для кожного учасника параметри генеруються з одних генераторів, потім ця вибірка зберігається.

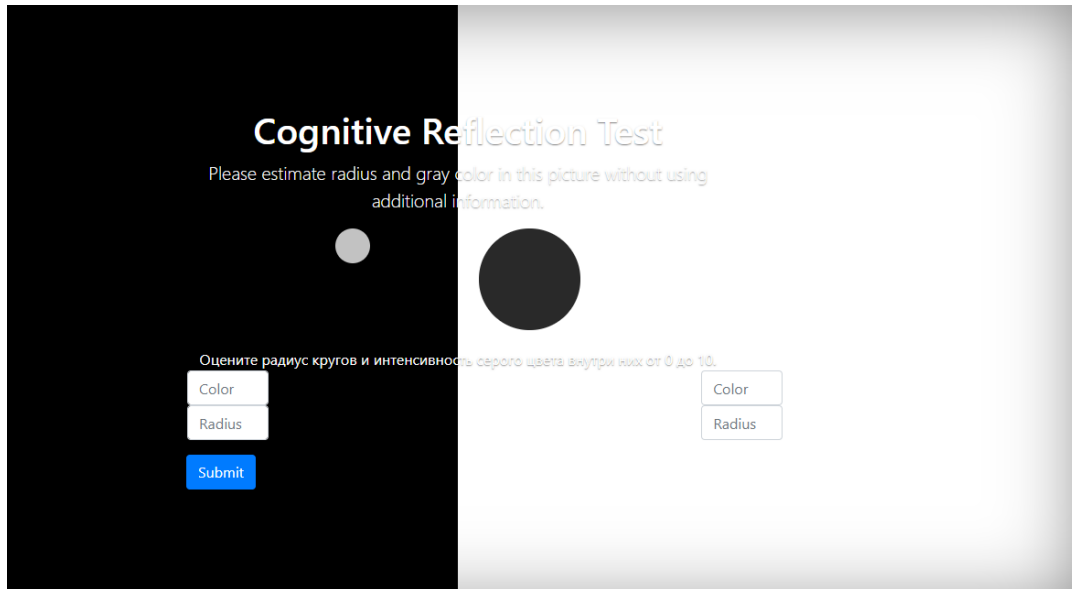


Рисунок 3.3 – Приклад другого тесту

Також в такому варіанті тесту можна зрозуміти до якого полюсу є схильність у учасника тестування. У даному випадку для визначення цього факту кожного разу генерувалось два кола: одне на чорному, а інше на білому фоні. Тепер якщо учасник схильний обирати полюс білого кольору, то на чорному фоні його оцінка буде більше підкорена “совісті” у розумінні Лефевра, та відповідь буде більш прогнозована, що і буде видно з результатів тесту, які розглянуті в наступному розділі.

3.4 Аналіз результатів другого тестування

Як було зазначено в попередньому підрозділі – по кожному учаснику зберігається своя статистика. Перш за все для кожного учасника визначаємо колір фону до якого він більше схильється, та для подальшого аналізу обираємо результати на протилежному. Обирається бажаний фон наступним чином – отримуємо усереднені значення параметрів та їх оцінок, тепер якщо знаходимо оцінку, яка буде значно вищою, ніж реальне значення, відповідно до психофізики та побудованої моделі – розрив між оцінкою, та реальним

значенням буде приблизно дорівнювати реальному значенню значенню, якщо воно менше 0.5.

Отримаємо усереднені оцінки усіх параметрів, та їх реальних значень для кожного учасника тесту використовуючи формулу середнього:

$$\bar{x} = \sum_1^n x$$

та застосовуючи цю ж формулу тепер для усереднення усіх оцінок параметрів об'єкту тестування та їх реальних значень отримуємо відповідні значення, які після нормування на інтервал [0;1] приймають такі значення:

- Середнє значення реальної інтенсивності сірого кольору – 0.475;
- Середнє значення реального радіусу – 0.16;
- Середнє значення оцінки інтенсивності сірого кольору – 0.3;
- Середнє значення оцінки радіусу – 0.36;

Тепер порівняємо результати : різниця середньої оцінки та середнього значення інтенсивності сірого кольору на колі становить $0.475 - 0.3 = 0.175$, різниця оцінки та значення радіусу кола становить $0.36 - 0.16 = 0.2$. Прогноз за допомогою побудованої моделі передбачає відхилення на 0.1667 від реального значення, порівнюючи розрив оцінок та реальних значень на вибірці тесту - навіть по усередненим значенням видно, що відхилення досить близькі до прогнозованого значення.

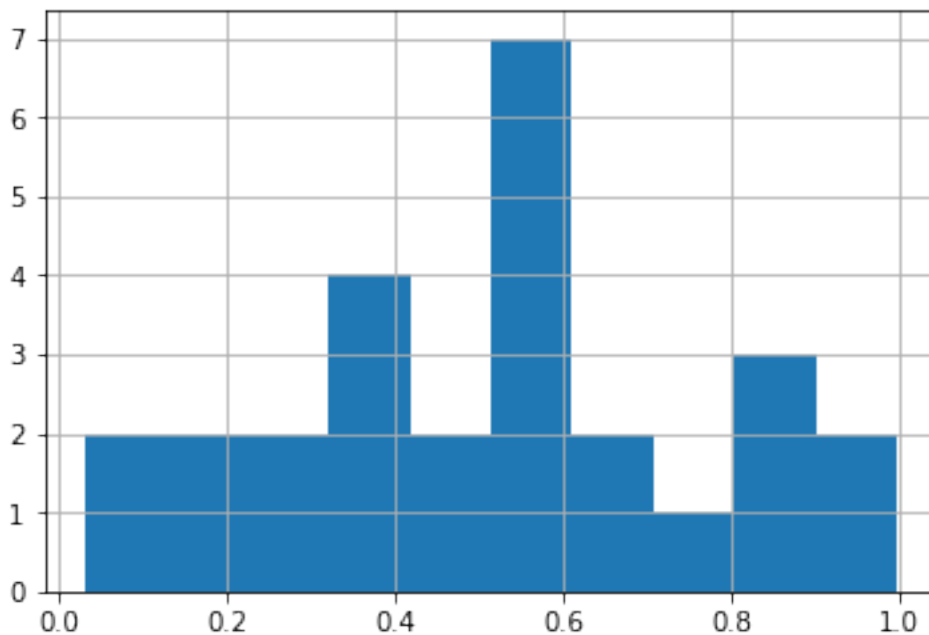


Рисунок 3.4 – Гістограма розподілу реальних значень радіусу

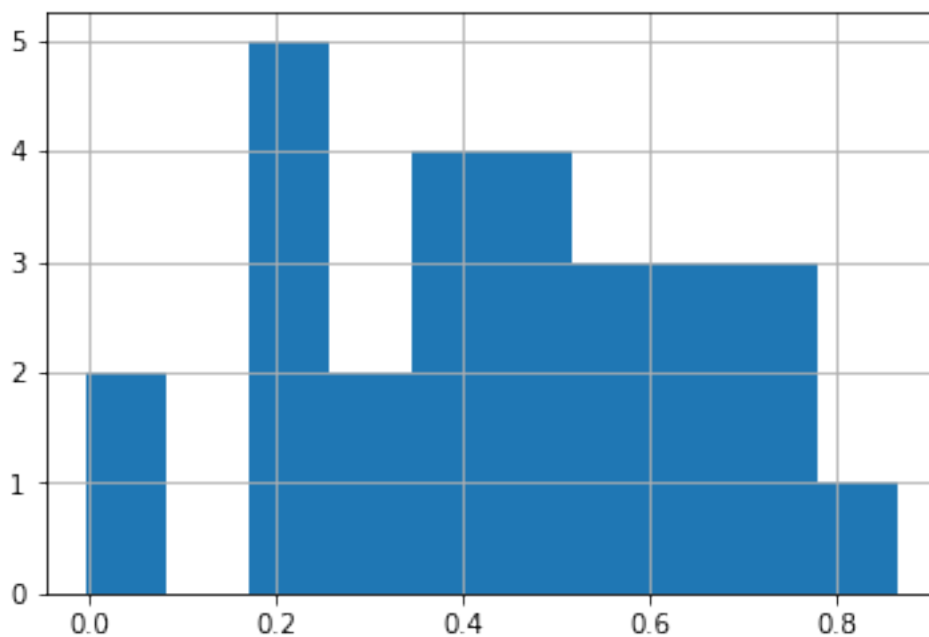


Рисунок 3.5 – Гістограма розподілу оцінок радіусу

Для побудови гістограм 3.4 та 3.5 було використано лише дані, що відповідають фону на якому людина більш схильна до підсвідомого корегування результуючої оцінки. Тепер навіть візуально аналізуючи

гістограми видно зміщення оцінок від реального значення приблизно на прогнозоване значення.

Висновки до розділу 3

На основі побудованої моделі та передбачуваних даних було розроблено два тестування, шляхом проведення яких, та аналізу отриманих результатів було отримано експериментальне підтвердження побудованої моделі.

Перше тестування повністю вкладалось у прогноз розробленої моделі, але зважаючи на той факт, що було використано змішення кольорів, що може не знайти коректного відображення у свідомості учасника тестування, а також зважаючи на природу людського зору ми не можемо вважати параметри для оцінки незалежними з точки зору учасника. Саме через це було розроблено та проведено більш досконалий тест, який не лише надав змогу візуально відділити різні параметри об'єкту, а й ще відфільтрувати відповіді на які негативно впливав фон на якому було показано зображення.

Аналізуючи результати тестувань запропоновану модель можна вважати експериментально підтвердженою.

ВИСНОВКИ

Під час роботи було розглянуто математичні моделі рефлексії у двозначній, булевій, та неперервній системах. Також методи та аналіз результатів тестувань які проводилися для експериментального підтвердження побудованих неперервних моделей інтенціонального вибору.

Було розроблено, базуючись на основних формулах математичного моделювання рефлексії, неперервну модель, що описує випадок багатополярного вибору та виявлено, що при оцінці об'єкту по багатьом параметрам, що відповідає багатополярному моральному вибору, для випадку, коли кількість параметрів $n = 2$, формуються 4 полюси, кожен з яких відповідає за підсвідоме відхилення від реального значення по кожному параметру.

Також розроблено та проведено два тестування моделі, та після аналізу результатів кожного з них було показано, що розрив між реальними значеннями, які пропонувались під час тесту для оцінки та самими оцінками відповідає прогнозованим значенням з високою точністю, близько 0.3 для першого тестування та близько 0.15 для другого. Отже, спираючись на такі результати вирішено, що модель можна вважати експериментально підтвердженою.

Використовувати розроблену модель та розглянуті подібні їй можна в рефлексивному управлінні для прогнозування певної поведінки людей.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

- 1 Лефевр В.А. Алгебра совести. [Текст] / В.А. Лефевр – М.: Когито-центр. – 2003 – С. 1-171.
- 2 Lefebvre V.A. The fundamental structures of human reflexion [Текст] / V.A. Lefebvre // Journal of Mathematical Psychology - 1987, - V. – 10, Issue – 2, P. – 129-175
- 3 Lefebvre V.A. The principle of complementarity as the basis for the model of ethical cognition [Текст] / V.A. Lefebvre // Academic Press Inc.(London) - 1984, - P. 243-258
- 4 Lefebvre V.A. An algebraic model of ethical cognition [Текст] / V.A. Lefebvre // Journal of Mathematical Psychology - 1980, - V. – 22, Issue – 2, P. – 83-120
- 5 Функции быстрой рефлексии в биполярном выборе [Текст] // Рефлексивные процессы и управление. 2001. № 1. С.34-46.